Биндюк Глеб Игоревич

МО-231

Вариант – 2

**Задание 17.**  Даны два конечных множества: А={a,b,c}, B={1,2,3,4}; бинарные отношения ⊆ A×B, ⊆ . Изобразить , графически. Найти отношение P = и найти матрицу этого отношения, используя операции над матрицами. Найти области определения и области значений всех трех отношений: , , Р. Построить матрицу [], проверить с ее помощью, является ли отношение рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. Для отношений , найти замыкания.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | |

;

*;*

Для нет замыканий, т.к.

**Задание 18.**  Даны отображения (числовые функции) ƒ и g. Найдите область определения и область значений отображений. Определите, являются ли они инъективными, сюръективными или биективными в найденных областях. Найдите композицию (ƒ ◦ g), (g ◦ ƒ). Для заданных множеств A, B ⊆ R найдите f(A), g(A), (B), (B).

Для

*;*

in:

sur: Пусть , тогда

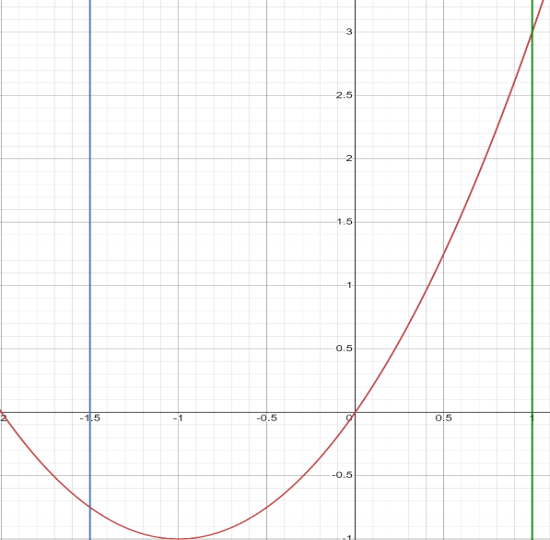
;

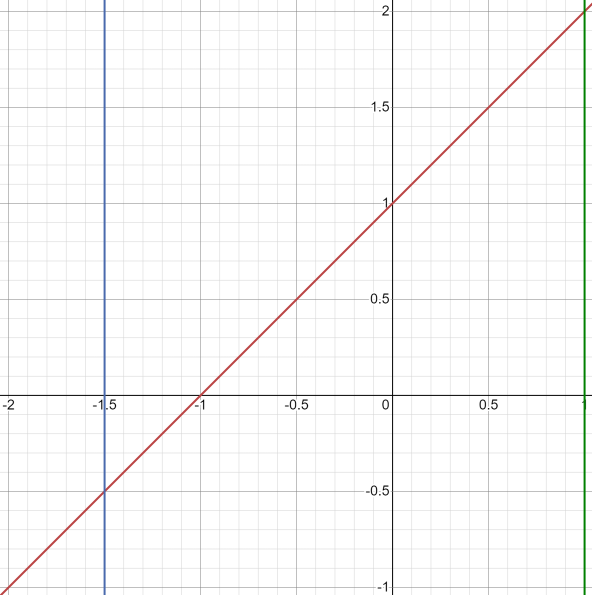
Для

in:

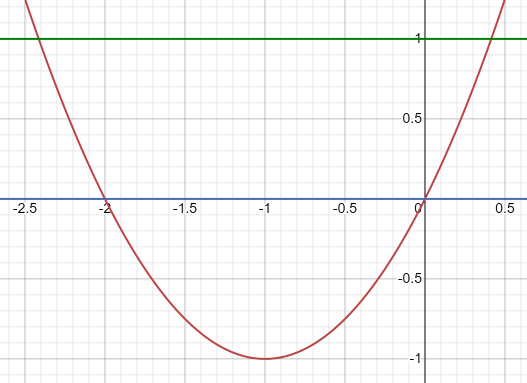
sur:

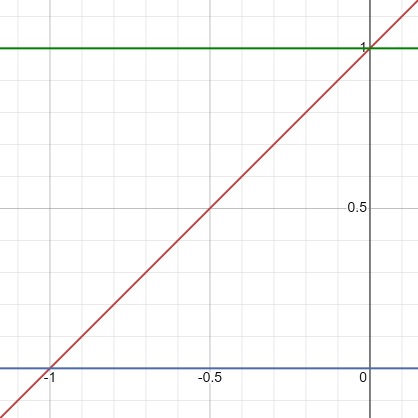
Так как g(x) и сюръективна и инъективна, то g(x) биективна.

**

**

g(x) = x+1





g(x) = x+1

**Задание 19.**  Отношение на множестве А={1, 2, 3, 4, 5} задано набором пар. Выяснить, является ли оно отношением эквивалентности. Если нет, привести опровергающий пример. Если да, выписать соответствующее ему разбиение множества А.

2

3

4

5

1

Для отношения эквивалентности необходимо выполнение рефлексивности, транзитивности и симметричности.

P – рефлексивно, т.к.(1;1),(2;2),(3;3),(4;4),(5;5)

P – транзитивно, т.к.

P – несимметрично, т.к. , значит P не является отношением эквивалентности.

**Задание 20.**  Дано семейство подмножеств {{3},{1,4},{2,5}} множества А={1, 2, 3, 4, 5}. Является ли это семейство разбиением множества А? Если нет, объяснить почему. Если да, выписать в виде совокупности пар соответствующее этому разбиению отношение эквивалентности.

Для того чтобы семейство подмножеств {{3},{1,4},{2,5}} являлось разбиением множества А, необходимо выполнение двух условий:

1) ;

2) .

Проверим данное семейство:

1)

2)

Следовательно, данное семейство подмножеств является разбиением множества А.

Тогда это семейство подмножеств также является и разбиением множества А по классам эквивалентности .

Учитывая свойства отношения эквивалентности (рефлексивность, симметричность и транзитивность), получаем совокупность пар данного отношения эквивалентности:

**Задание 21.**  Какое из множеств A = {1, 4, 9, 16, 25,…} и B = {1, 1/2, 1/4, 1/6, 1/8,…} имеет большую мощность?

Чтобы узнать какое из множеств имеет большую мощность, рассмотрим каждое множество отдельно:

A:

Множество А эквивалентно множеству .

Т.к. между А и можно установить биекцию: .

in:

sur:

Тогда биективно.

.

B:

Множество В эквивалентно (множество с нулём). Т.к. между B и можно установить биекцию .

in:

sur:

Тогда:

Значит – биективно

Учитывая счетность множестви, мы получаем: . Множества А и В эквивалентны.

**Задание 22.**  Определить, какие из следующих операций являются бинарными алгебраическими операциями, какие из них ассоциативны, коммутативны?

Очевидно, что операция определена.

Более того, операция замкнута (т.к. сумма действительных чисел является действительным числом).

Тогда – бинарная алгебраическая операция. Проверим на коммутативность ( ):

Пусть , тогда:

Значит, коммутативна.

Проверим на ассоциативность (:

Значит, ассоциативна.

**Задание 23.**  Определить, образуют ли комплексные числа с модулем, равным 1, группу по сложению и умножению.

*;*

Очевидно, что операция определена для всех .

Пусть

Тогда не замкнута, следовательно, G не алгебра => G не группа по сложению.

Очевидно, что операция определена для всех .

Пустьтогда .

Значит замкнута относительно M => бинарная операция => .

*;*

*;*

*;*

*;*

G – подгруппа;

;

;

;

;

Значит, нейтральный элемент .

G – моноид;

;

;

;

;

Тогда .

G – группа по умножению.

**Задание 24.** Выяснить является ли группой алгебра (G, •), где

M = (G, • ) – группоид;

ассоциативна:

=>

имеет нейтральный элемент: (a – элемент из G; b – нейтральный элемент)

;

M = (G; – моноид;

Для каждого существует

Пусть

*;*

*.*

*;*

M = (G;) – группа.